

Информатика.11 класс

1 вариант

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Сколько двоек будет в троичной записи числа $(2 \cdot 3^{51} + 2 \cdot 3^{31} - 4) \cdot 3^{100}$?

2. Пусть у нас есть две маски

a. $*c*d*.a*$

b. $*d*c*.*e$

Напомним, что вместо звёздочки в имени файла может стоять любое количество символов, в том числе и пустое. Допустим, что в имени файла должна стоять одна и только одна точка, а остальные символы могут быть только a, b, c, d, e. Есть имена файлов, удовлетворяющие сразу двум маскам, например acdbc.abe (он состоит из 9 символов). Сколько всевозможных имён файлов из 7 символов удовлетворяют сразу двум маскам?

3. Найдите булеву функцию $F(X, Y, Z)$ (в виде формулы), при $X=0$ $Y=0$ $Z=0$ равна нулю и которая делает всегда верным выражение

$$(((\text{not } F \text{ and not } X) \rightarrow Z) \rightarrow Y) \text{ xor } ((F \text{ xor } X \text{ xor } 1) \rightarrow (F \text{ xor } X)).$$

4. Напомним, что биномиальный коэффициент (или ещё число сочетаний) вычисляется по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Нужно написать программу, которой на вход

подаётся число n , а она вычисляет сумму $\sum_{k=1}^n \frac{C_n^k}{k+1}$. n может быть в пределах от 1 до 40.

Учтите, что программа должна работать быстро.

5. На столе стоит большой продолговатый торт с большим количеством розочек. Мама разрешила его поперёк на n кусков, и получился ряд из кусочков, на каждом целое число розочек. Братья Матвей и Борис вдвоём едят торт, Матвей на правах младшего берёт кусочек торта первым с левого или правого края, потом Борис также с края, и так по очереди. Матвей хочет съесть как можно больше розочек, Борис их не любит, но из вредности тоже хочет съесть побольше, чтобы насолить брату. Оба брата закончили математический факультет и потому выбирают кусочки оптимально, с наибольшей выгодой для себя. Напишите программу, которой на вход подаётся число кусков в торте, после ряд из числа розочек на каждом куске торта, а на выходе М, если больше розочек съест Матвей, Б, если Борис, и Н, если ничья. Например, при входных данных

5

3 3 10 4 1

программа должна выдать ответ Б. Учтите, что программа должна работать быстро при больших n , алгоритмы медленнее $O(n^2)$ оцениваются меньшим числом баллов.

Информатика.11 класс

2 вариант

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Сколько четвёрок будет в пятеричной записи числа $(4 \cdot 5^{42} + 4 \cdot 5^{30} - 31) \cdot 5^{12}$?

2. Пусть у нас есть две маски

a. $*a*e*.d*$

b. $*e*a*.*bc$

Напомним, что вместо звёздочки в имени файла может стоять любое количество символов, в том числе и пустое. Допустим, что в имени файла должна стоять одна и только одна точка, а остальные символы могут быть только a, b, c, d, e и f. Есть имена файлов, удовлетворяющие сразу двум маскам, например bafea.dfbc (он состоит из 10 символов). Сколько всевозможных имён файлов из 8 символов удовлетворяют сразу двум маскам?

3. Найдите булеву функцию $F(X, Y, Z)$ (в виде формулы), которая при $X=1$ $Y=0$ $Z=0$ равна нулю и делает всегда верным выражение

$$((F \text{ xor } Z) \rightarrow (F \text{ xor } Z \text{ xor } 1)) \text{ xor } (((\text{not } F \text{ and not } Z) \rightarrow Y) \rightarrow \text{not } X)$$

4. Напомним, что биномиальный коэффициент (или ещё число сочетаний) вычисляется по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Нужно написать

программу, которой на вход подаётся число n , а она вычисляет сумму $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{C_n^k}{k+1}$. n может быть в пределах от 1 до 40. Учтите, что программа должна работать быстро.

5. На столе стоит большой продолговатый торт с большим количеством розочек. Мама разрежала его поперёк на n кусков, и получился ряд из кусочков, на каждом целое число розочек. Братья Матвей и Борис вдвоём едят торт, Матвей на правах младшего берёт кусочек торта первым с левого или правого края, потом Борис также с края, и так по очереди. Матвей хочет съесть как можно больше розочек, Борис их не любит, но из вредности тоже хочет съесть побольше, чтобы насолить брату. Оба брата закончили математический факультет и потому выбирают кусочки оптимально, с наибольшей выгодой для себя. Напишите программу, которой на вход подаётся число кусков в торте, после ряд из числа розочек на каждом куске торта, а на выходе M , если больше розочек съест Матвей, B , если Борис, и N , если ничья. Например, при входных данных

5

3 3 10 4 1

программа должна выдать ответ B . Учтите, что программа должна работать быстро при больших n , алгоритмы медленнее $O(n^2)$ оцениваются меньшим числом баллов.

Информатика.11 класс

3 вариант

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Число 100110101_2 возвели в степень 10110_2 . Какими будут последние 4 цифры получившегося числа в двоичной системе счисления?

2. Пусть у нас есть маска $B?^*AB^*$. Напомним, что вместо звёздочки в имени файла может стоять любое количество символов, в том числе и пустое, вместо вопросика обязательно должен стоять ровно один символ. В имени символа могут быть только буквы A, B, C, D. Сколько существует 7-символьных слов, которые удовлетворяют этой маске и содержат ровно один символ C.

3. Найдите булеву функцию $F(X, Y, Z)$, которая будет при наибольшем числе комбинаций X, Y, Z делать верным выражение

$$\text{not } (F(X, Y, Z) \rightarrow F(\text{not } Z, X, Y)).$$

Сколько всего таких функций существует?

4. Напомним, что биномиальный коэффициент (или ещё число сочетаний) вычисляется по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где $n! = 1*2*3*\dots*n$. Нужно написать программу, которой на вход подаётся число n , а она вычисляет сумму $\sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{n-k+1}$. n может быть в пределах от 1 до 40. Учтите, что программа должна работать быстро.

5. Две ведьмы выращивали в пещере грибы для своих зелий. Всего у них n горшков, которые стоят в одном ряду. В каждом из них выросло какое-то целое число грибов. Теперь они хотят поделить между собой эти горшки, и решил сделать это таким образом: каждая ведьма берёт по очереди с левого или правого края ряда один горшок с грибами. Выясните, первая или вторая ведьма наберёт при оптимальных действиях обеих наибольшее число грибов. На вход программе подаётся n и ряд из n чисел, обозначающих число грибов в каждом из горшков. На выходе номер выигрывающей ведьмы или 0, если ничья. Например, при входных данных

5

2 4 12 6 3

программа должна вывести 2. Учтите, что программа должна работать быстро при больших n , алгоритмы медленнее $O(n^2)$ оцениваются меньшим числом баллов.